



KASTPARABLER, **PROJEKTILER OCH** RAKETER

TNA005: Tillämpad matematik i teknik &
naturvetenskap, Emil Gustafsson, MT1.a



NUMERISK LÖSNING AV DIFFERENTIALEKVATIONER

Eulers metod

Runge-Kutta av ordning 4

ODE45

for $i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ do

$$z_{i+1} = z_i + hf(t_i, z_i)$$

end for

for $i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ do

$$k_1 = hf(t_i, z_i)$$

$$k_2 = hf(t_i + h/2, z_i + k_1/2)$$

$$k_3 = hf(t_i + h/2, z_i + k_2/2)$$

$$k_4 = hf(t_i + h, z_i + k_3)$$

$$z_{i+1} = z_i + 1/6 (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

end for



TRE PROJEKTILER OCH EN RAKET

Projektilbana

Gravitation
Luftmotstånd
(ytform)

Raket

Funktion för
massan
Vinkel på utblås

PROJEKTILBANA

$$a_x = x''(t) = -\frac{k}{m} x'(t)$$

$$a_y = y''(t) = -\frac{k}{m} y'(t) - g$$

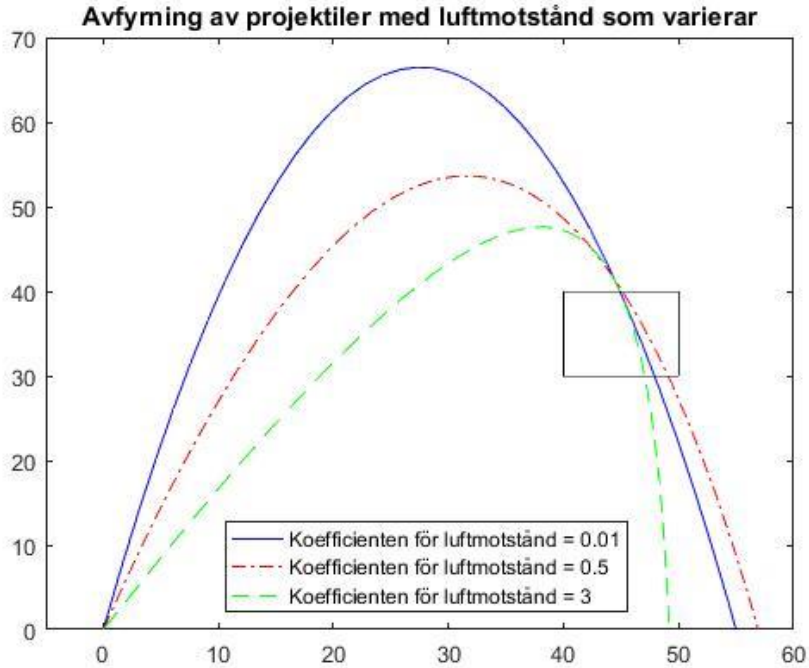
RAKET

$$a_x = x''(t) = -\frac{c}{m(t)} \sqrt{(x')^2 + y'^2} x' + \frac{m'(t)}{m(t)} u_x(t)$$

$$a_y = y''(t) = -\frac{c}{m(t)} \sqrt{(x')^2 + y'^2} y' + \frac{m'(t)}{m(t)} u_y(t) - g$$



ILLUSTRATION AV RESULTATET FRÅN PROJEKTILBANAN

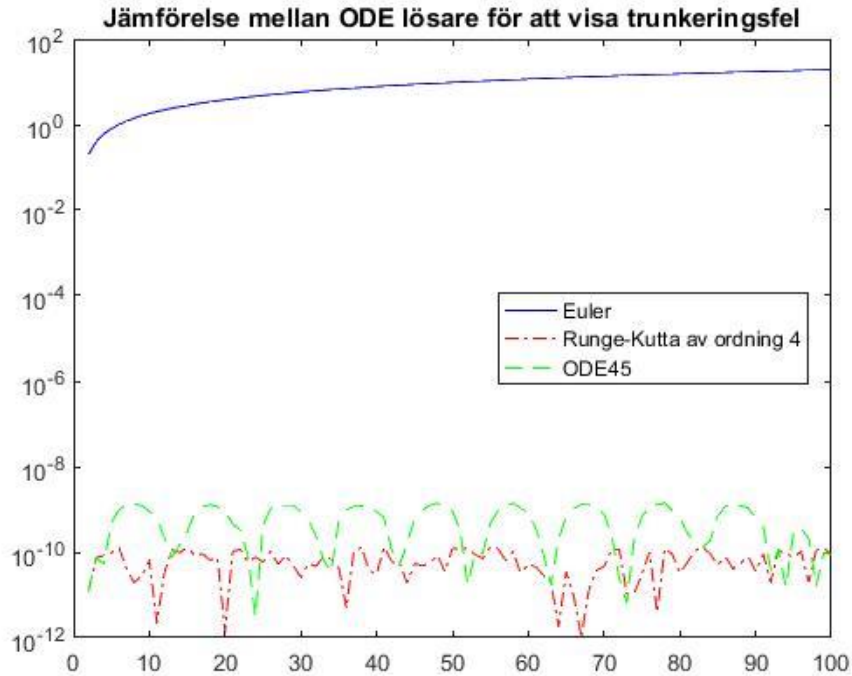


Analytisk lösning

	Luftmotstånd	Vinkel	Hastighet
Projektil 1	0,01 kg/s	$\frac{\pi}{2,3}$	37 m/s
Projektil 2	0,5 kg/s	$\frac{\pi}{2,5}$	38 m/s
Projektil 3	3 kg/s	$\frac{\pi}{3}$	60 m/s



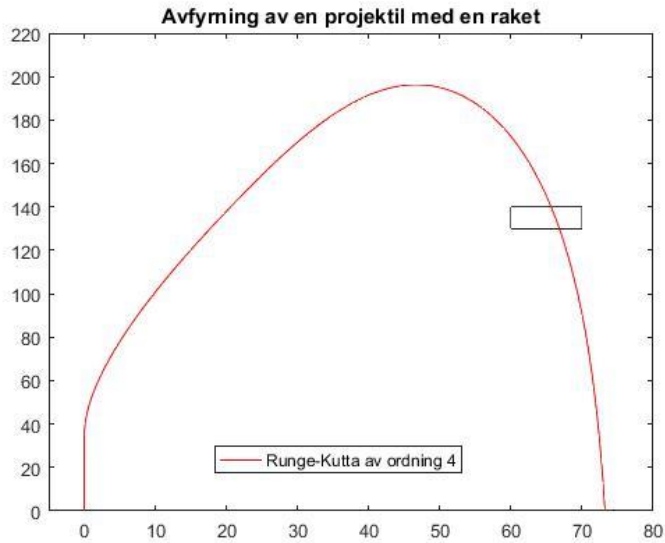
ILLUSTRATION AV TRUNKERINGSFEL



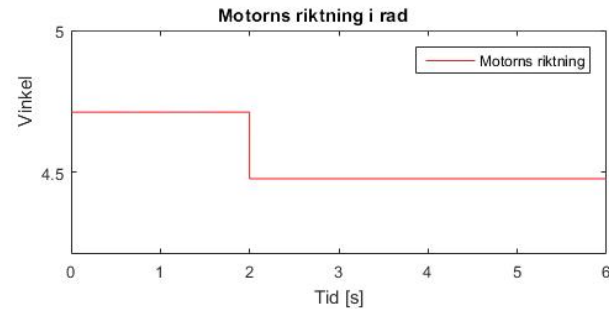
$$\text{Felet} = \|y_{\text{numerisk}} - y_{\text{analytisk}}\|$$



ILLUSTRATION AV RAKET VARS MASSA BEROR PÅ TIDEN



Numerisk lösning



Startar på $3\pi/2$ efter 2s ändras till $2.82\pi/2$ rad.



SLUTSATS AV **PROJEKTET**

Bästa metoden

Realistisk

Förbättringar

Eulers metod

Fall på 60m

Lägre vinkel

Runge-Kutta av
ordning 4

Svagare motor

ODE45