



Linköpings universitet
TEKNISKA HÖGSKOLAN

ITN

Laborationsrapport

Program:

Civilingenjör i medieteknik

Kurs:

TNE043 [Mekanik och vågfysik]

Laborationens nummer och titel:

Nr 1. Svängande balk

Laboranter:

Emil Gustafsson

Simon Forsberg

LiU-ID:

Emigu039

Simfo596

Handledarens namn:

Omer Nour

Datum:

2016-09-13

Innehållsförteckning

1 SYFTE OCH MÅL	1
2 METOD OCH MATERIELL	1
2.1 ANALYS AV PROBLEMET.....	1
2.2 PRODUKTANSATS.....	1
2.3 DIMENSIONSANALYS.....	1
2.4 EXPERIMENTELL BESTÄMNING AV EXPONENTER	2
2.5 MAXIMALFELSUPPSKATTNING	2
3 RESULTAT	3
3.1 UTRÄKNING AV EXPONENTERNA.....	3
3.2 UTRÄKNING AV C	4
3.3 MAXIMALFELSUPPSKATTNING	4
3.4 FORMELN FÖR PERIODTIDEN.....	4
4 DISKUSSION	5
5 SLUTSATSER	5
REFERENSER	6
BILAGOR	7

1 Syfte och mål

Syftet med laborationen är att undersöka vilka faktorer som påverkar periodtiden för en svängande balk. Målet med laborationen är att ta fram ett uttryck för periodtiden.

2 Metod och materiell

Materialet som fanns till förfogande för laborationen var balkar med varierande material och dimensioner, måttband och skjutmått för att mäta dessa balkar, stativ för att spänna upp dessa balkar samt en frekvensräknare med fotocell för att beräkna periodtiden för balken.

2.1 Analys av problemet

En undersökning gjordes när balken sattes fast med hjälp av stativet. Sedan hängde det med en godtycklig längd utför stativet, med en frekvensmätare som mätte änden av balken. Det som sedan hände var att balken trycktes ner i änden och släpptes sedan upp. Frekvensmätaren användes för att mäta periodtiden för balken.

2.2 Produktansats

Uppsättningen analyseras när balken pressas ner och sedan släpps. När något pressas ner och släpps går det tillbaka till sitt ursprungsläge. Det som hände i detta fall är att balken svängde upp och ner tills svängningarna har tagit ut varandra. Denna svängning hade sett olik ut beroende på hur styvt materialet är. Storheten som beskriver det är elasticitetsmodul.

Sedan kan det konstateras att längden ifrån stativet till änden bredvid frekvensmätaren har en betydelse på grund av att balken får längre svängar och därmed längre periodtid. Detta visar också att tjockleken, har en inverkan som gör att periodtiden minskar. En till variabel som har en inverkan på periodtiden är vilket material av balken. Storheten som beskriver det är densitet.

Det som påverkade balkens periodtid blev då, densitet ρ , elasticitetsmodul E , tjocklek h , samt längd l . Det finns också en konstant C samt en felmarginal ΔC . Se (1).

$$T = (C \pm \Delta C) l^x h^y E^z \rho^v \quad (1)$$

2.3 Dimensionsanalys

För att bekräfta att det är dessa storheter som har inverkan görs en dimensionsanalys. Som analyserade kvantiteternas dimensioner för att ta bort felaktiga variabler. Detta utfördes då högerledet måste vara lika med vänsterledet.

Variablerna x , y , z , v , är okända exponenter medan C är en dimensionslös konstant vilket ledde till ett sökande av dessa variabler. Det konstaterades också att svängningstiden (vilket är högerledet) är tid. Därför måste också vänsterledet vara tid och därmed ha enheten s vilket är sekunder. Dimensionsanalysen med enheter blir då som (2), (3), (4), (5).

$$[m] = M (kg) \quad (2)$$

$$[l] = [h] = L (m) \quad (3)$$

$$[E] = MT^{-2}L^{-1} \left(\frac{kg}{s^2m} \right) \quad (4)$$

$$[\rho] = \frac{M}{L^3} \left(\frac{kg}{m^3} \right) \quad (5)$$

Där [] är en storhet d.v.s. [m] betyder dimensionen av m. Som i sin tur ger dimensionsekvationen (6). Samt den förenklade (7).

$$T = L^x L^y (MT^{-2}L^{-1})^z (ML^{-3})^v \quad (6)$$

$$L^0 M^0 T^1 = L^{x+y-z-3v} * M^{z+v} * T^{-2z} \quad (7)$$

För att högerledet ska ha den enheten som strävades efter (tid) måste massan samt längden ta ut varandra. D.v.s. summeras till noll, därför sattes detta ekvationssystem upp. (8)

$$\begin{aligned} T(s): 1 &= -2z \\ L(m): 0 &= x + y - z - 3v \\ M(kg): 0 &= z + v \end{aligned} \quad (8)$$

2.4 Experimentell bestämning av exponenter

För att bestämma de två okända exponenterna x samt y utfördes experiment där först längden (l) varierade. Sedan gjordes experiment där tjockleken (h) förändrades under experimentet.

I det första experimentet som utfördes var den enda varierande variabeln längden (l). Mätdata togs ut för där längden fick tre olika variabler. Se **Tabell 1** i resultatdel. I det andra experimentet var den enda variabeln som varierade tjockleken (h) som också mättes under tre olika tester. Se **Tabell 2** i bilagor.

För att sedan finna de sökta exponenterna logaritmnas värden för svängningstiden samt de olika värdena för den varierande variabeln (l) eller (h). Detta illustreras i en graf. Det som sedan går att finna är att riktningskoefficienten för trendlinjen av de tre punkterna (tre tester) motsvarar den sökta exponenten för x respektive y.

När samtliga exponenter antogs var det endast den dimensionslösa konstanten C som behövde räknas ut. Det gjordes med en omskrivning av den framtagna produktansatsen med de korrekta exponenterna.

2.5 Maximalfelsuppskattning

Eftersom det gjordes en experimentell bedömning av värdena på exponenterna är C inte exakt. På grund av detta utfördes en maximalfelsuppskattning som ger en felmarginal till konstanten C. Detta utfördes enligt **Appendix C** i experimentell problemlösning. (Eriksson, 2013)

Det som utfördes var att en felmarginal på variablerna beräknades, som kan ses som noggrannheten. Exempel på frekvensmätaren som hade en ytterst liten felmarginal på 0,000001s. En uppsättning av detta kan se ut såhär $\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta T}{T} + x \frac{\Delta l}{l}$. Där T är tiden och x är exponenten som varit på l.

3 Resultat

Denna del av rapporten visar resultaten ifrån utförandet av laborationen. För att förhindra att detta avsnitt blir svårt att läsa har en del resultat flyttats till bilagor.

3.1 Uträkning av exponenterna

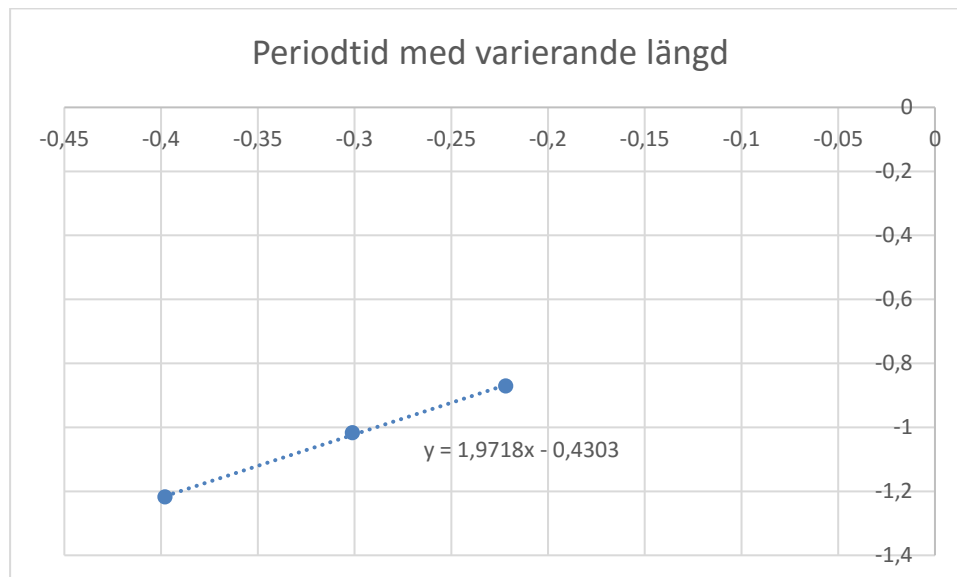
En lösning av ekvationssystemet (8) visar ett värde till två olika exponenter samt ett samband mellan två okända exponenter. Vilket gav exponenterna för elasticitetsmodul E samt densitet ρ . Se (9)

$$z = -\frac{1}{2}, \quad v = \frac{1}{2}, \quad x + y = 1 \quad (9)$$

Resultatet visar värden för exponenterna z samt v . Det visar även sambandet för exponenterna x respektive y vilket gör att endast en exponent behöver tas ut ifrån experimentet för att lösa båda.

Tabell 1. Experiment med varierande längd

Test	Tjocklek	Längd	Svängningstid
1	0,005m	0,4m	0,060s
2	0,005m	0,5m	0,096s
3	0,005m	0,6m	0,134s



Figur 1. En illustration av logaritmerade värden med variation på längd ifrån Tabell 3. (se bilagor) x axeln är $\log l$ medan y axeln är $\log T$.

Figur 1 visar värdet på exponenten x , som kan avrundas till 2. Med värdet på x går det nu att få ut värdet på y med sambandet $x + y = 1$. Vilket (10) visar.

$$x = 2, \quad y = -1 \quad (10)$$

3.2 Uträkning av C

Vad detta leder till är att en formel för periodtiden kan tas ut. Se (11). Som förenklat blir (12). Med en omskrivning följer då att C blir (13).

$$T = (C \pm \Delta C) l^2 h^{-1} E^{-\frac{1}{2}} \rho^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

$$T = (C \pm \Delta C) \frac{l^2}{h} \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (12)$$

$$C = \frac{T \cdot h}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (13)$$

Formeln visar att det nu går att få ut ett värde på C som kommer kunna användas för den slutgiltiga formeln. Uträkning av C, se (14).

$$C = \frac{0,134 \cdot 0,005}{0,6^2} \sqrt{\frac{12 \cdot 10^{10}}{8,68 \cdot 10^3}} = 6,9 \quad (14)$$

3.3 Maximalfelsuppskattning

Detta är resultatet på den felmarginal som finns beroende på den noggrannhet som laborationen utfördes med. Se (15).

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta h}{h} + 2 \frac{\Delta l}{l} + \frac{1}{2} \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{\Delta E}{E} \quad (15)$$

Där $\Delta T = 0,000001$, $\Delta h = 0,001$, $\Delta l = 0,0001$, $\Delta \rho = 0,01 \cdot 10^3$ och $\Delta E = 10^{10}$

Detta leder till att feluppskattningen blir (16).

$$\frac{\Delta C}{6,9} = \frac{0,000001}{0,134} + \frac{0,001}{0,005} + 2 \frac{0,0001}{0,6} + \frac{1}{2} \frac{0,01 \cdot 10^3}{8,68 \cdot 10^3} + \frac{1}{2} \frac{10^{10}}{12 \cdot 10^{10}}, \Delta C = 0,43 \quad (16)$$

3.4 Formeln för periodtiden

Samtliga variabler är uträknade och den slutgiltiga formeln för periodtiden för den svängande balken blir. Se (17).

$$T = (6,9 \pm 0,43) \frac{l^2}{h} \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (17)$$

4 Diskussion

I avsnitt 3.1 gick det att räkna ut de två okända exponenterna på grund av sambandet i (9). Om sambandet inte hade uppmärksammats är det nödvändigt att ta ut båda okända exponenter med samma metod som den första togs ut med.

Det som är viktigt att notera i 3.2 är att det endast är formeln som tagits ut, inte samtliga variabler för att kunna räkna ut periodtiden. Detta på grund av omskrivningen där felmarginalen inte har tagits med.

Värt att se i avsnitt 3.3 är att när felmarginalen räknas ut adderas endast värdena på grund av att det ska bli en maximalfeluppskattning. Det är på detta viset på grund av att om det skulle bli ett värde som inte är inom felmarginalen finns det ett grovt fel i uträkningen.

Något som kan uppmärksammas i avsnitt 3.4 är den slutgiltiga formeln. Den hade inte kunnat se olik ut förutom värdet på C samt ΔC är väldigt beroende av hur experimentet utfördes. En osäkerhet under själva utförandet av experimentet var vid vilken tidpunkt mätdata skulle extraheras. När balken hade svängt i 2 sekunder eller 5, för det var olika mätdata vid de olika tidpunkterna.

Något som förmodligen hade gett ett bättre resultat är om det skulle ha gjorts flera test som i sin tur togs ett medelvärde ifrån för att räkna ut C samt ΔC .

5 Slutsatser

En slutsats som kan dras är att när en experimentell problemlösning skall utföras krävs en enorm noggrannhet. Detta för att få ut den dimensionslösa konstanten C så exakt som möjligt. Då detta i sin tur påverkar uträkning av ΔC och vilket värde det blir.

Referenser

Sandell B, Eriksson M (2013). Kompendium vid laborationsmoment [internt material]. Linköping: Linköpings universitet.

Bilagor

Tabell 2. Experiment med varierande tjocklek

Test	Tjocklek	Längd	Svängningstid
1	0,002m	0,5m	0,227s
2	0,003m	0,5m	0,149s
3	0,005m	0,5m	0,096s

Tabell 3. Experiment med varierande längd (log)

Test	Log Längd	Log Tid
1	-0,39794	-1,217943236
2	-0,30102	-1,017357965
3	-0,22184	-0,871368136